

### 3. ΠΡΑΞΕΙΣ ΔΥΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

#### 1. Εισαγωγή

Συνοπτικά, οι κανόνες πρόσθεσης, αφαίρεσης και πολλαπλασιασμού δύο bit φαίνονται στην **Εικόνα 1**.

Πρόσθεση

A+B	0	1
B	0	1
	1	1

κρατούμενο  
άθροισμα

0+0=0  
1+0=1  
0+1=1  
1+1=(1)0  
Κρατούμενο

Αφαίρεση

A-B	0	1
B	0	1
	1	0

δανεικό  
διαφορά

0-0=0  
1-0=1  
1-1=0  
0-1=(1)1  
Δανεικό από τη μεγαλύτερη τάξη

Πολλαπλασιασμός

AxB	0	1
B	0	0
	1	1

0x0=0  
1x0=0  
0x1=0  
1x1=1

**Εικόνα 1.** Οι κανόνες πρόσθεσης, αφαίρεσης και πολλαπλασιασμού δύο bit.

Η πρόσθεση στο δυαδικό σύστημα, γίνεται όπως και στο δεκαδικό. Ο ένας αριθμός γράφεται κάτω από τον άλλο και προστίθεται κάθε ψηφίο χωριστά, αρχίζοντας από το ψηφίο με τη λιγότερη αξία. Όταν έχουμε την πράξη 1+1, το αποτέλεσμα είναι 0 και το κρατούμενο 1 (το κρατούμενο προστίθεται στη μεγαλύτερη τάξη).

Παράδειγμα:

Κρατούμενο=			1			
A=		0	0	1	1	→ 3
+B=	+	1	0	1	0	→ +10
A+B=		1	1	0	1	→ 13

Γενικά, η πρόσθεση δύο 2δικών αριθμών των n bits, δίνει αριθμό που είναι n+1 bits. Προσοχή στην υπερχειλίση!

Η αφαίρεση 2δικών αριθμών γίνεται όπως και η αφαίρεση δεκαδικών. Παράδειγμα:

						<b>-1 Δανεικό</b>
	0	1		1		0
-	0	-	1	-	0	-
	0		0		1	1

Δανεικό=						
A=		1	0	1	1	→ 11
-B=	-	0	0	0	1	→ -1
A-B=		1	0	1	0	→ 10

Δανεικό=							
A=		1	0	1	1	1	→ 47
-B=	-	1	0	1	1	0	→ -45
A-B=		0	0	0	0	1	→ 02

Δανεικό=			1			
A=		1	1	0	1	→ 13
-B=	-	1	0	1	1	→ -11
A-B=		0	0	1	0	→ 02

#### 2. Αλγόριθμος πολλαπλασιασμού δύο n-bit δυαδικών αριθμών

Ο πολλαπλασιασμός δυαδικών είναι όμοιος με τον 10δικό πολλαπλασιασμό. Συγκεκριμένα: 0x0=0, 0x1=0, 1x0=0, 1x1=1. Γενικά το γινόμενο δύο n-bit αριθμών είναι μήκους 2n.

1. Ξεκινάμε με ένα γινόμενο 2n γεμάτο με 0.
2. Έστω  $B = b_{n-1}b_{n-2}...b_2b_1b_0$ .
3. Σε κάθε  $b_i \neq 0$ ,  $0 \leq i < n-1$ , ολισθαίνουμε το A κατά i θέσεις προς τα αριστερά και το προσθέτουμε γινόμενο.

Η διαδικασία αυτή ανάγει τον πολλαπλασιασμό σε διαδικασίες ολίσθησης και πρόσθεσης.

#### 3. Διαίρεση δυαδικών αριθμών

Στη διαδικασία της διαίρεσης 2δικών, ο διαιρέτης συγκρίνεται με το διαιρετέο (αφαίρεση) αφού ευθυγραμμιστούν ως προς το MSB τους. Αν είναι μεγαλύτερος, το bit πηλίκου είναι 0, διαφορετικά είναι 1 και ο διαιρέτης αφαιρείται από το διαιρετέο. Η διαδικασία αυτή σύγκρισης-αφαίρεσης συνεχίζεται μέχρι το LSB του διαιρετέου.

Ο αλγόριθμος για τη διαίρεση δύο δυαδικών ακεραίων έχει ως εξής:

1. Ευθυγραμμίζουμε το διαιρέτη (Y) με MSB του διαιρετέου. Έστω X το κομμάτι του διαιρετέου από το MSB μέχρι το LSB του διαιρέτη. Υποθέτουμε ότι υπάρχουν n bits στο διαιρέτη και 2n στο διαιρετέο. Έστω  $i=0$ .
2. Συγκρίνουμε X και Y. Αν το  $X \geq Y$ , το bit πηλίκου είναι 1; πραγματοποιούμε την  $X-Y$ . Αν  $X < Y$ , το bit πηλίκου είναι 0.



	1	1											
	1	1	0	1	0	1		1101	>	11 1	Πηλίκο =	1	
-		1	1	1									
	0	1	1	0	0	1							
				1									
		1	1	0	0	1		1100	>	11 1	Πηλίκο =	1	
-			1	1	1								
		0	1	0	1	1							
			1	0	1	1		1011	>	11 1	Πηλίκο =	1	
-				1	1	1							
			0	1	0	0	→	Υπόλοιπ ο					

**5. Πώς θα αλλάξει ο 01011.11 αν τον πολλαπλασιάσουμε επί 2 και αν τον διαιρέσουμε δια 2.**

Λύση.

Έστω ο δυαδικός αριθμός 01011.11 που αντιστοιχεί στο δεκαδικό  $11 + \frac{3}{4}$ . Αν τον πολλαπλασιάσουμε επί 2, προκύπτει ο  $23 + \frac{1}{2}$  δηλαδή ο 10111.10 ενώ αν τον διαιρέσουμε για δύο προκύπτει ο  $5 + \frac{3}{4}$  δηλαδή ο 00101.111, αλλά επειδή το τελευταίο bit στα δεξιά (το τρίτο μετά την υποδιαστολή) πρέπει να απορριφθεί χάνουμε σε ακρίβεια.